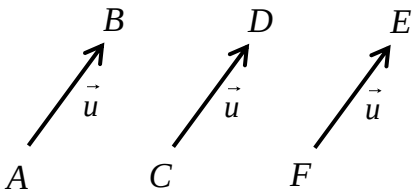
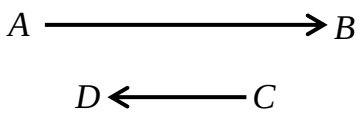
عموميات في الأشعة :

املأ الفراغ في كل مما يأتي:

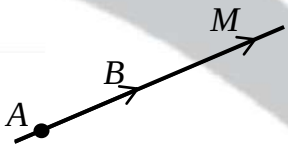


- تكون الأشعة متساوية عندما يكون لها ..... ذاته ،
  و ..... ذاته و ..... ذاته ونكتب $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{EF}=\vec{u}$
- إذا لم تكن النقاط الأربع : A و B و C و D على استقامة واحدة
  فعندئذ يكون: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}\Leftrightarrow$ الرباعي $ABDC$ .....

- يكون الشعاعان غير الصفريين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ ..... خطياً
  إذا كان المستقيمان (AB)و (CD) متوازيين.



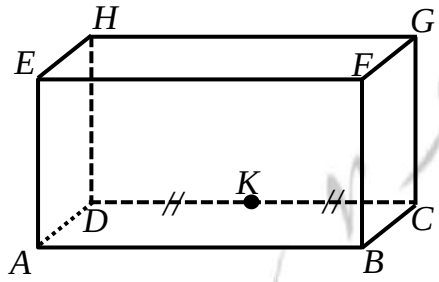
- **مبرهنة:** يكون الشعاعان $\vec{u}$, $\vec{v}$ مرتبطين خطياً، إذا وفقط إذا نتج أحدهما عن الآخر
  بضربه بعدد حقيقي k يحقق ..... $=\vec{v}$
- **مبرهنة:** لتكن A و B نقطتين مختلفتين في الفراغ، عندئذ المستقيم (AB) هو مجموعة النقط M
  التي تجعل $\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{AB}$ .....



أي مجموعة النقاط، M التي تحقق $\overrightarrow{AM}=t\cdot\overrightarrow{AB}$ حيث $t\in\mathbb{R}$

- **تذكّر أنّ:** متوازي المستطيلات هو مجسّم، له ستة وجوه، كلها مستطيلات، و كلّ وجهين متقابلين طبوقان
  و تكون أقطاره الأربعة طبوقة.

تطبيق (1): $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات،



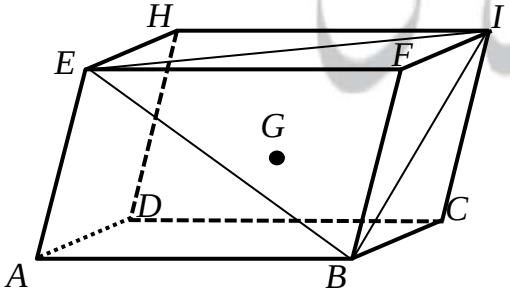
Kمنتصف $[DC]$ ، و المطلوب:

❶. عيّن النقطة M التي تحقق العلاقة: $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EH}+\overrightarrow{DK}=\overrightarrow{EM}$.

❷. أثبت صحة العلاقة: $\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{CH}+\overrightarrow{AD}$

- **تذكّر أنّ:** متوازي السطوح هو مجسّم له ستة وجوه، كلٌّ منها متوازي أضلاع، و كلُّ وجهين متقابلين طبوقان

تطبيق (2): $ABCDEFIH$ متوازي سطوح

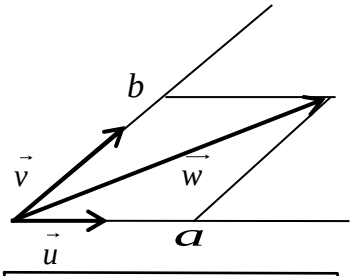


G مركز ثقل المثلث BEI و المطلوب:

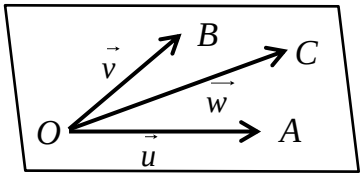
- أثبت أنّ النقاط الثلاث: F و G و D على استقامة واحدة.

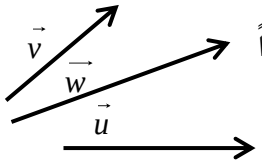
أخي طالب العلم و المعرفة :

أسوق إليك أربعة أحوال بُغية إثبات الارتباط الخطي لثلاثة أشعة في الفراغ.

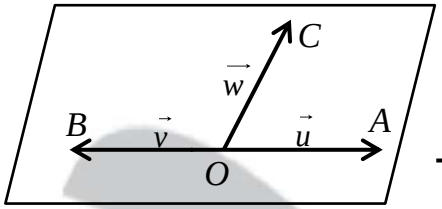


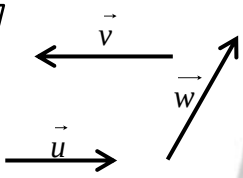
❶. إذا كان لدينا ثلاثة أشعة في الفراغ $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\vec{w}$
و كان اثنان منها غير مرتبطين خطياً ($\vec{u}$ و $\vec{v}$ مثلاً)
فتكون الأشعة الثلاثة مرتبطة خطياً إذا أمكن كتابة الشعاع $\vec{w}$ بدلالة الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$
وفق الصيغة : $\vec{w}=a\vec{u}+b\vec{v}$ (حيث a و b عددان حقيقيان)





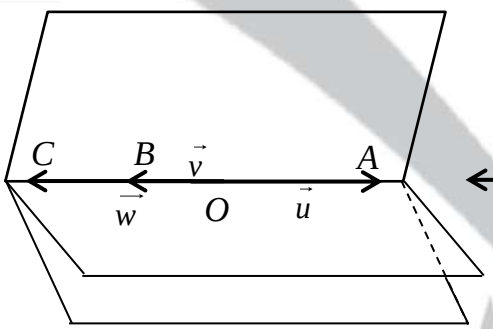
❷. تكون الأشعة $\overrightarrow{OA}=\vec{u}$ و $\overrightarrow{OB}=\vec{v}$ و $\overrightarrow{OC}=\vec{w}$ مرتبطة خطياً
إذا كانت الأشعة $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$ و $\overrightarrow{OC}$ في مستوٍ واحد

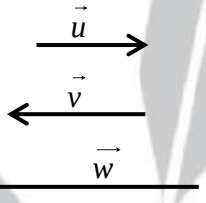




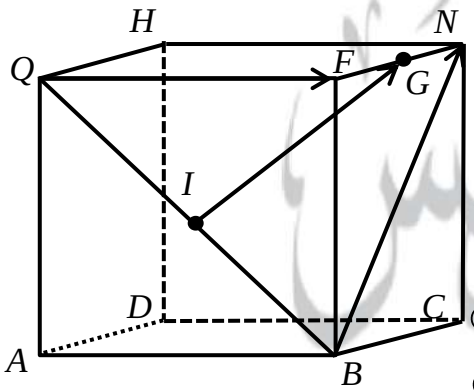
❸. إذا كان الشعاعان $\vec{u}=\overrightarrow{OA}$ و $\vec{v}=\overrightarrow{OB}$ مرتبطين خطياً
فيكون الشعاعان $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$ على استقامة واحدة.
و تكون الأشعة $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$ و $\overrightarrow{OC}$ في مستوٍ واحد.
و نستنتج أن الأشعة الثلاثة $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\vec{w}$ مرتبطة خطياً.

❹.إذا كانت المستقيمات الحاملة للأشعة $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\vec{w}$
متوازية، فيمكننا أن نرسم من نقطة O في الفراغ
شعاعاً مساوياً لكلٍّ منها:
$\vec{u}=\overrightarrow{OA}$ و $\vec{v}=\overrightarrow{OB}$ و $\vec{w}=\overrightarrow{OC}$.
و تكون الأشعة $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$ و $\overrightarrow{OC}$ على استقامة واحدة .
فيوجد عندئذٍ عدد غير منته من المستويات تحتوي المستقيم المنطبق عليها.
فالأشعة $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\vec{w}$ مرتبطة خطياً.





تدريب (1): $ABCDQFNH$ مكعب،



I منتصف $[QB]$ ، G منتصف $[FN]$ و المطلوب:
أثبت أن الأشعة الثلاثة $\overrightarrow{QF}$ و $\overrightarrow{BN}$ و $\overrightarrow{IG}$ مرتبطة خطياً.

الحـــل: الحرف $[QF]$ عمودي على الوجه $FBCN$ فالشعاعان $\overrightarrow{QF}$ و $\overrightarrow{BN}$
متعامدان، فهما غير .....

بالاستفادة من علاقة شال نكتب: ①. . . . $\overrightarrow{IG}=\overrightarrow{IB}+.....+\overrightarrow{NG}$

كما نكتب: ②. . . . $\overrightarrow{IG}=\overrightarrow{IQ}+.....+\overrightarrow{FG}$

بجمع العلاقتين ① و ② نجد: $2\overrightarrow{IG}=\left(\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IQ}\right)+.....+.....+\left(\overrightarrow{NG}+\overrightarrow{FG}\right)$

إذن نجد: $2\overrightarrow{IG}=.....+.....$

فالأشعة $\overrightarrow{QF}$ و $\overrightarrow{BN}$ و $\overrightarrow{IG}$ .....